الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2024

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 9 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، منها: 4 بيضاء و 3 حمراء و 2 خضراوان.

I) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كريّات في آن واحد.

1) احسب احتمال كلّ من الحوادث الآتية:

A : « الحصول على ثلاث كريّات من نفس اللّون » ، B : « الحصول على الألوان الثلاثة »

C : « الحصول على كريّة بيضاء على الأقل »

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات عدد الألوان المتحصل عليها.

أ) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) احسب $E(84X+1837)$

II) نضيف الآن إلى الصندوق كريّة واحدة سوداء ثمّ نسحب منه عشوائيا 4 كريّات على التوالي دون إرجاع.

ـ بيّن أنّ احتمال الحادثة D : « الحصول على الألوان الأربعة » هو $\frac{4}{35}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين 3^n و 5^n على 7

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left(5^{1445}\right)^{2024}$ على 7

2) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، العدد $61^{6n+1}+52^{6n+3}+1445$ مضاعف للعدد 7

3) جد الأعداد الطبيعية n التي تُحقّق : $1445^{6n+1}+2024^n+2n\equiv 0[7]$

4) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يقبل العدد 5^n+2^n القسمة على 7

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{6+6u_n}{5+u_n}$

1) احسب u_1 و u_2 ثمّ تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=6-\frac{24}{5+u_n}$

2) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0 \le u_n < 3$

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

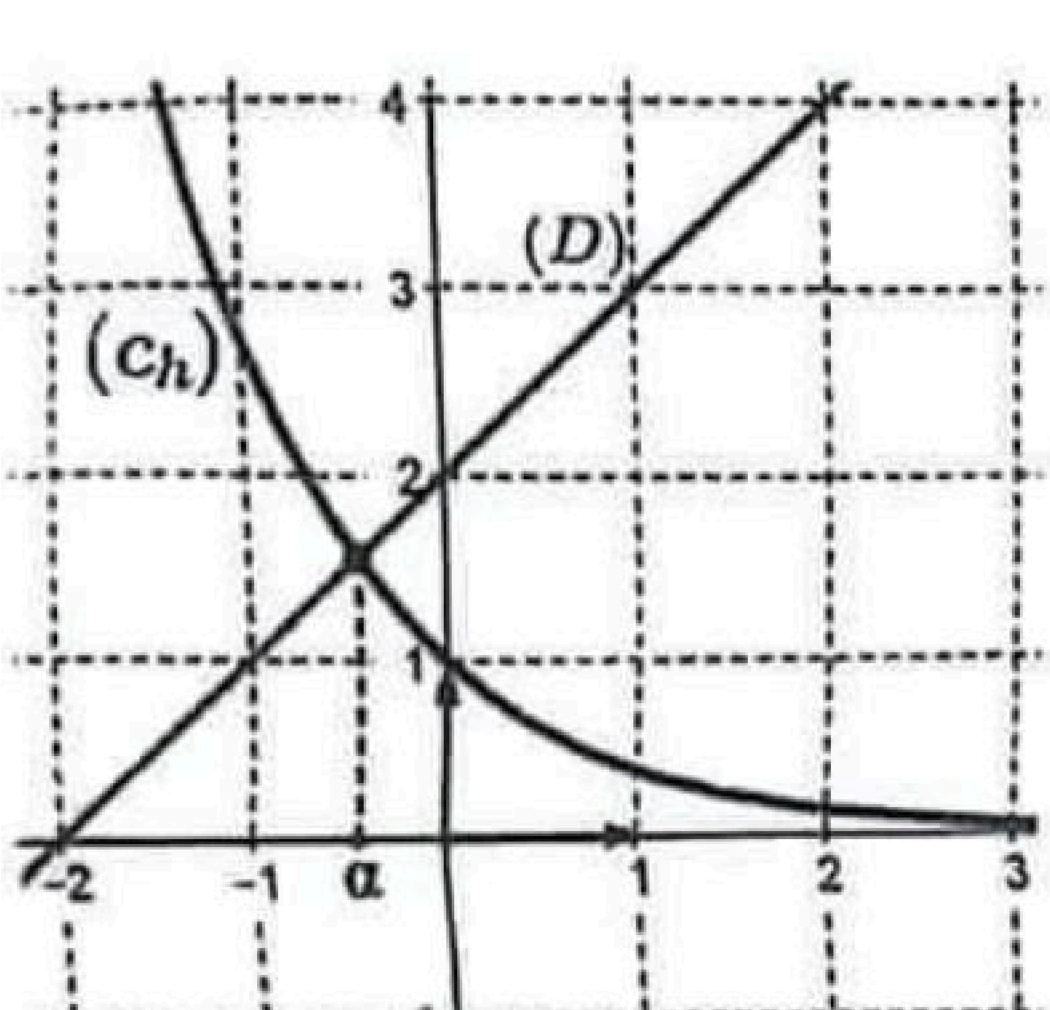
3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{u_n + 2}{u_n - 3}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{8}{3}$ ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 3 + \dfrac{5}{v_n - 1}$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = v_0 + 3 \times v_1 + 3^2 \times v_2 + \cdots + 3^n \times v_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



I) (c_h) التمثيل البياني للدّالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^{-x}$

و (D) المستقيم ذو المعادلة: $y = x + 2$ و α فاصلة نقطة تقاطع (c_h) و (D) ، كما في الشّكل المقابل.

بقراءة بيانية: حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ حيث:

$$g(x) = e^{-x} - x - 2$$

II) f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + (x+1)e^{x}$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x) \times e^{x}$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحني (c_f) عند $-\infty$

ب) ادرس الوضع النّسبي للمنحني (c_f) والمستقيم (Δ)

4) بيّن أنّ (c_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

5) أ) ارسم (T) ، (Δ) و (c_f) (نأخذ: $\alpha \simeq -0{,}5$ و $f(\alpha) \simeq 0{,}8$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x - e^{m}$ حلّين مختلفين.

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\int_{-1}^{0} x e^{x} dx = \dfrac{2}{e} - 1$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع ، $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$x = 0 \text{ ، } x = -1 \text{ ، } y = -x$$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس منها:

كريّتان تحملان الرقم 0 ، ثلاث كرّيات تحمل الرقم 2 ، كرّية واحدة تحمل الرقم 3 وأربع كريّات تحمل الرقم 4

نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريّات في آن واحد.

1) احسب احتمال كلّ من الحوادث الآتية:

A : « مجموع الأعداد التي تحملها الكريّات المسحوبة يساوي 12 »

B : « الحصول على ثلاثة أعداد أوليّة »

C : « جُداء الأعداد التي تحملها الكريّات المسحوبة معدوم »

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات عدد الأعداد الأوليّة المتحصل عليها.

أ) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) احسب احتمال الحادثة $\left(X^2 > e\right)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E) ... $3179x - 1156y = 1445$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 3179 و 1156

ب) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثنائية $(7\,;3)$ حلّ لها.

2) x ، y عددان صحيحان و d عدد طبيعي حيث: $(x\,;y)$ حلّ للمعادلة (E) و $PGCD(x\,;y)=d$

أ) عيّن القيم الممكنة للعدد d

ب) جد كلّ الثنائيات $(x\,;y)$ التي تحقّق: $d=5$

3) a ، b عددان طبيعيان و $PGCD(a\,;b)=5$

أ) جد الثنائيات $(a\,;b)$ التي تحقّق: $ab=600$

ب) عيّن الثنائية $(a\,;b)$ حلّ المعادلة (E) التي تحقّق: $ab=600$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) f الدّالة المعرّفة على المجال $[2\,;3]$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+2}$

– ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $[2\,;3]$ ، $2 \le f(x) \le \dfrac{11}{5}$

II) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $2<u_n\leq 3$

2) تحقق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(1+u_n)(2-u_n)}{2+u_n}$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر (u_n)

3) أ) بيّن أنّه: من اجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-2\leq\frac{1}{4}(u_n-2)$

ب) برهن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0<u_n-2\leq\left(\frac{1}{4}\right)^n$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_0+u_1+\cdots+u_n\leq 2(n+1)+\frac{4}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) يُمثّل الجدول المقابل تغيّرات الدّالة g المعرّفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+\ln(x+2)$

x	-2 $\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

1) أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α حيث $-0,45<\alpha<-0,44$

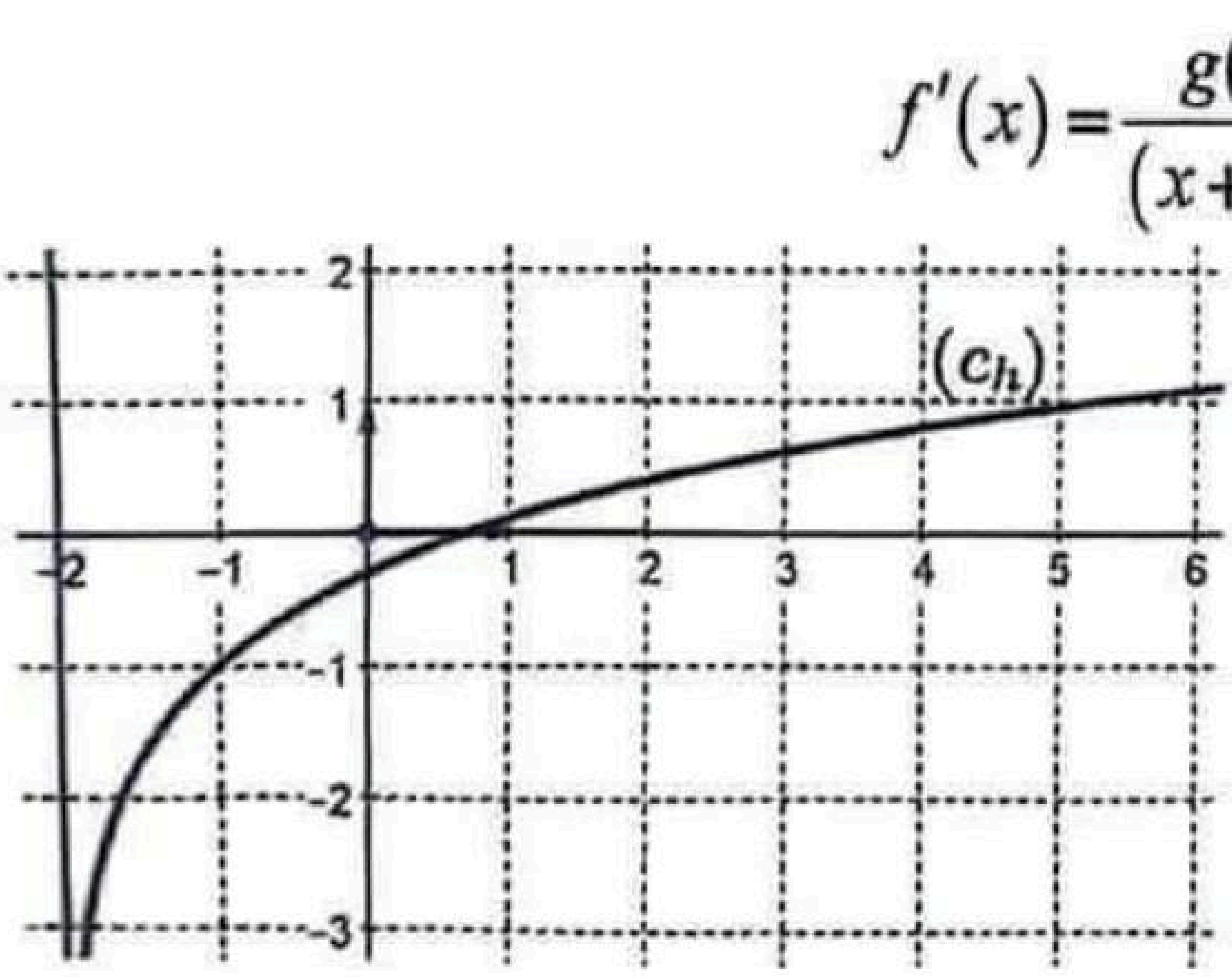
2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)(-1+\ln(x+2))$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]-2;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+2)^2}$



ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) في الشّكل المقابل، (C_h) منحني الدّالة h المعرّفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $h(x)=-1+\ln(x+2)$

أ) بيّن أنّ (C_h) منحن مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_h)

4) أ) أعد رسم (C_h) على ورقة الإجابة ثمّ ارسم (C_f) (نأخذ: $f(\alpha)=-0,2$)

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

5) بيّن أنّ: $\int_{-1}^{e-2}\dfrac{\ln(x+2)}{x+2}\,dx=\frac{1}{2}$ ثمّ احسب بالسنتيمتر المربع، $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C_f) و (C_h) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x=-1$ و $x=e-2$

انتهى الموضوع الثاني